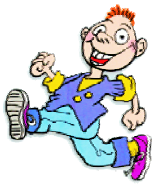
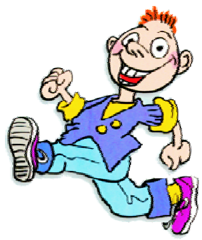
Учебен център Регалия



Учебен център • Издателство • Всичко за матурите • Е-обучение • За нас

Учебен център "Регалия" организира:

- целогодишни курсове за подготовка за зрелостни и кандидатстудентски изпити;
- целогодишни курсове за кандидатстване в езикови и профилирани гимназии по български език и математика;
- пробни изпити за кандидатстване след 7. клас;
- курсове за текуща подготовка по български език и математика за 6. клас.



На интернет страницата на Учебния център
http://www.regalia6.com
може да намерите:

тестове за външно оценяване за 4. клас

тестове за външно оценяване за 5. клас

тестове за външно оценяване за 6. клас

тестове за външно оценяване и кандидатстване след 7. клас

конкурсни изпити за кандидатстване след 7. клас

задачи от национални състезания за 7. клас

примерни тестове за ЕПИ на УНСС

тестове за зрелостни изпити

връзки към средни училища в София

връзки към висши училища в България

и още много полезна информация.

ОТГОВОРИ, КРАТКИ РЕШЕНИЯ И УПЪТВАНИЯ

1.	Г	**11.**	162	**21.**	В	**31.**	5	**41.**	А
2.	А	**12.**	А	**22.**	В	**32.**	135^0	**42.**	А
3.	Б	**13.**	Б	**23.**	36^0	**33.**	В	**43.**	В
4.	В	**14.**	Г	**24.**	Г	**34.**	Г	**44.**	10
5.	А	**15.**	В	**25.**	А	**35.**	Б	**45.**	8
6.	В	**16.**	Б	**26.**	Г	**36.**	18	**46.**	Б
7.	А	**17.**	А	**27.**	Г	**37.**	А	**47.**	146
8.	А	**18.**	Г	**28.**	Б	**38.**	В	**48.**	Б
9.	Г	**19.**	В	**29.**	А	**39.**	В	**49.**	32
10.	Б	**20.**	7	**30.**	40	**40.**	2	**50.**	Б

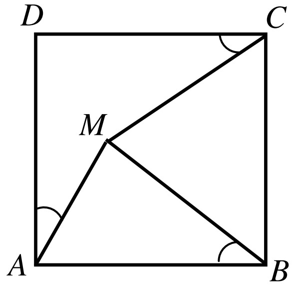
Задача 6.
В тази задача е важно да се използва неравенството на триъгълника, т.е.съображението, че сборът на две от страните в триъгълника е по-голям от третата страна. Оттук следва, че основата на триъгълника е 15 см.

Задача 14.
Ако $\angle ABL = x$, то $\angle ACB = \angle BLC = \angle BAC + \angle ABL = 54^0 + x$. Тогава, като използваме, че сумата от ъглите в ΔABC е 180^0, получаваме $54^0 + 2x + 54^0 + x = 180^0$. Оттук $x = 24^0$ и следователно $\angle ACB = 54^0 + 24^0 = 78^0$.

Задача 17.
Ако $\angle MAD = \alpha$, то $\angle MBA = 2\alpha$ и $\angle MCD = 5\alpha$. Тогава $\angle BAM = \angle BMA = 90^0 - \alpha$ и следователно ΔBAM е равнобедрен ($AB = MB$). Оттук заключаваме, че ΔBMC е също равнобедрен ($MB = BC$). Тогава $\angle BMC = \angle BCM = \dfrac{180^0 - (90^0 - 2\alpha)}{2} = 45^0 + \alpha$ и значи:

$$\angle BCD = 90^0 = \angle BCM + \angle MCD = 45^0 + \alpha + 5\alpha \Rightarrow \alpha = 7{,}5^0.$$

Следователно $\angle BMC = 45^0 + 7{,}5^0 = 52{,}5^0 = 52^0 30'$.



Задача 18.
Абсолютната стойност е по-голяма или равна на нула, откъдето следва, че най-малката стойност на израза се получава в случая, когато абсолютната стойност се анулира, т.е. при $x = -3$.

Задача 21.
Ако годините на двамата са съответно $10a+b$ и $10b+a$, то:

$$(10a+b)^2-(10b+a)^2=(10a+b+10b+a)(10a+b-10b-a)=9.11(a+b)(a-b).$$

Полученото число се дели на 9 и на 11. От посочените отговори само единият притежава това свойство. Съществува пример, който реализира ситуацията: Мартин е на 14 години, а лелята е на 41 години.

Задача 22.
$\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{5}=1$; $\left(1+\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)=\frac{7}{6}\cdot\frac{6}{7}=1$; $\ldots\left(1+\frac{1}{18}\right)\left(1-\frac{1}{19}\right)=\frac{19}{18}\cdot\frac{18}{19}=1$ и следователно стойността на произведението е равна $\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{20}\right)=\frac{2.21}{3.20}=\frac{7}{10}=0,7$.

Задача 23.
Еднаквостта на триъгълниците AMC и BDC позволява определянето на $\angle BDC$. Имаме $\angle BDC=\angle AMC==180^0-(60^0+24^0)=96^0$. Тъй като ΔMDC е равностранен, то $\angle BDM=\angle BDC-60^0=36^0$.

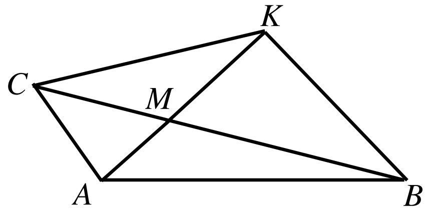
Задача 25.
Триъгълниците ABO, BOC и AOC са равнобедрени. Ако $\angle ACO=x$ и $\angle BCO=y$, то $2x+2y+2\angle BAO=180^0$. Оттук намираме $x+y=70^0$ и използваме, че $\angle ACB=x+y$.

Задача 28.
Последователно намираме $\angle ABC=20^0$, $\angle LCB=45^0$ (половината от правия ъгъл) и $\angle ALC=65^0$ (външен ъгъл за ΔLBC). Оттук $\angle HCL=90^0-65^0=25^0$.

Задача 30.
Ще измерваме времето в минути, а пътя – в метри. Нека скоростта на ескалатора е x, а тази на човека (при първата ситуация) е y. Тогава $(x+y)\cdot\frac{1}{2}=(x+3y)\cdot\frac{1}{3}$. Оттук $y=\frac{x}{3}$ и понеже пътят е $\frac{x+y}{2}$, то търсеното време е $\frac{x+y}{2x}=\frac{x+\frac{x}{3}}{2x}=\frac{2}{3}$ минути = 40 секунди.

Задача 32.
Ако симетралата на отсечката AB пресича страната BC в точка N, то $60^0=\angle MNB=\angle MNA=\angle ANC$. Освен това $\angle BAN=30^0$ и с помощта на условието от задачата заключаваме, че $\angle MAN=\angle CAN$. Тогава триъгълниците AMN и ACN са еднакви, откъдето $MN=CN$. В равнобедрения ΔCMN имаме, че $\angle MNC=120^0$ и следователно $\angle MCB=30^0$. Най-накрая $\angle BMC=180^0-(30^0+\angle MBC)=135^0$.

Задача 38.
Нека $MC = x$. Тогава $BM = 2x$. Да построим перпендикуляр BK от точката B към AM ($K \in AM$). От правоъгълния триъгълник MBK, който е с остър ъгъл $30°$, получаваме $MK = \frac{1}{2}BM = x$. Оттук следва, че ΔMKC е равнобедрен. От този триъгълник



намираме, че $\angle MKC = 30° \Rightarrow \angle BKC = 120°$ и ΔCBK е равнобедрен с бедра $BK = CK$. Ако допуснем сега, че $KA < KB = KC$, то от ΔAKC имаме $\angle CAK > \angle ACK \Rightarrow \angle CAK > 75°$. От друга страна, от ΔABK имаме $\angle BAK > \angle ABK \Rightarrow \angle BAK > 45°$. Но тогава ще следва, че $\angle BAC = \angle CAK + \angle BAK > 120°$, което противоречи на условието на задачата. Аналогично може да се докаже, че не е възможно $KA > KB = KC$. Следователно $KA = KB = KC$ и като използваме ъглите на ΔABK, намираме $\angle ABC = 15°$.

Задача 40.
Ако $LK \perp AO$ ($K \in AO$), то от свойството на ъглополовящата следва, че $LH = LK$. Тогава триъгълниците LKM и LHP са еднакви. Еднакви са и триъгълниците KLO и HLO. Следователно, ако $HP = KM = x$, то $OM + x = OP - x$ и оттук намираме $x = 2$ см.

Задача 41.
Твърденията на двама от братята (Алеко и Велин) са фактически едни и същи. Следователно те са или едновременно верни, или едновременно неверни. Това означава, че Алеко и Велин или едновременно казват истината, или едновременно лъжат. От условието на задачата следва, че Алеко и Велин лъжат. Само Борил казва истината и следователно Алеко е убил ламята.

Задача 42.
Сборът на първите 13 естествени числа е равен на 91, което е с единица по-малко от 92. Следователно единствената възможност е последното число 13 да се замени със следващото 14. Имаме $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+14 = 92$, откъдето $1+14 = 15$.

Задача 43.
Ако един ден от седмицата през месец януари (както и за всеки друг месец с 31 дни) е на дата 1, 2 или 3, то този ден се среща общо 5 пъти. Това е така, защото $1+4.7 = 29 < 31$, $2+4.7 = 30 < 31$ и $3+4.7 = 31$. Само в случай, че този ден е на дата 4, 5, 6 или 7, той се среща общо 4 пъти в месеца (сега $a + 4.7 > 31$ за $a = 4, 5, 6$ или 7). От друга страна от вторник до събота има три други дни и следователно не е възможно вторник да е на дата 4, а събота да е на дата 7. Но от събота да вторник има два други дни и следователно единствената възможност е събота да се падне на дата 4, а вторник – съответно на дата 7. Сега лесно се съобразява, че 1 януари е в сряда.

Задача 46.
Триъгълниците AMO и CNO са еднакви по втори признак. Следователно $MO = NO$. Тогава ΔMBN е равнобедрен, защото BO е едновременно височина и медиана в него. Освен това $\angle BMN = 90^0 - \angle ABD = 90^0 - 30^0 = 60^0$. По този начин заключаваме, че ΔMBN е равностранен и периметърът му е равен на 6 пъти дължината на OM , т.е. на 18 см.

Задача 47.
Максимално възможният резултат е $30.4 = 120$. Понеже $29.4 = 116$, то всеки резултат, който е по-голям от 116, може да се постигне с 30 вярно решени задачи. Оттук следва, че резултатите 119, 118 и 117 не могат да се реализират (няма задача, която да бъде оценена с -1). От друга страна $28.4 = 112$. Тогава всеки резултат, който е по-голям от 112 и е по-малък от 116, може да се постигне с 29 вярно решени задачи. Сега има една задача, която може да бъде оценена с -1. Оттук следва, че резултат 115 е реализуем, но резултати 114 и 113 не са. По подобен начин заключаваме, че не може да се реализира и резултат 109. Следователно възможните резултати от 1 до 120 включително са общо $120 - (3 + 2 + 1) = 114$. Възможни са също всички резултати от -30 до 0 включително (те са общо 31). Получаваме $114 + 31 = 145$ и тогава участниците трябва да са най-малко 146, за да е сигурно, че поне двама от тях ще бъдат оценени с равен брой точки.

Задача 48.
Ако страната на ромба е x, то от ΔPAD (правоъгълен триъгълник с ъгъл 30^0) следва, че височината на ромба е $\frac{x}{2}$. Тогава лицето на ромба е $\frac{x.x}{2} = 32$, откъдето $x = 8$ см. Нека $PH \perp DQ$ (H принадлежи на правата DQ). Триъгълник HPD е правоъгълен с ъгъл 30^0. Следователно търсенето разстояние е $\frac{1}{2}$ от височината на ромба, т.е. 2 см.

Задача 49.
Четириъгълникът от условието на задачата е успоредник. До този извод може да се стигне по следния начин. Нека O е пресечната точка на диагоналите. Тогава с допускане на противното заключаваме, че $BO = OD$, защото ако това не е така, то върху BD може да се намери точка M така, че $BO = OM$. Но тогава $ABCM$ е успоредник (диагоналите в него взаимно се разполовяват) и следователно $\angle ABC = \angle AMC$. Заключаваме, че $\angle AMC = \angle ADC$, което лесно се вижда, че е невъзможно (като използваме, че външният ъгъл в триъгълника е винаги по-голям от кой да е несъседен нему вътрешен ъгъл). След като четириъгълникът $ABCD$ е успоредник, периметърът му е равен на $2(AB + BC) = 32$ см.

Задача 50.
Сборът на всички числа е 70. От условието следва, че сборът на изтритите числа се дели на 4. Понеже 70 се дели на 2, то и оставащото (това, което не е изтрито) число трябва да се дели на 2. От друга страна обаче 70 не се дели 4 и значи оставащото число също не трябва да се дели на 4. Единственото число измежду написаните, което се дели на 2, но не се дели на 4, е 6. Следователно отговорът на задачата е 6. Възможността за реализация е единствена: Симеон изтрива числата 1, 3, 4 и 8, а Георги – съответно 9, 11, 12 и 16.